Learning signal processing in Persian language

Step 7: Scalogram

ساناز جواهریان

دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی پزشکی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران

Scalogram در ویولت همانند Spectrogram در STFT ،ابزاری جهت نمایش سیگنال در فضای زمان فرکانسی است ؛که د ارای سه محور است .محور X نماینده ی زمان و محور Y نماینده ی مقیاس و محور Z نماینده ی اندازه ی ضریب ویولت در آن مقیاس و زمان می باشد.

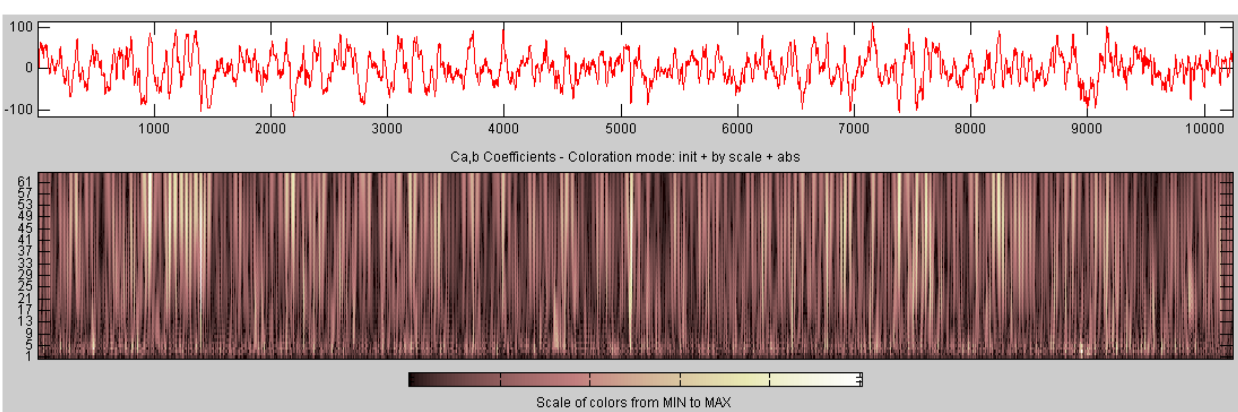
Scalogram مربع دامنه ی تبدیل ویولت است:

$$|W_x(a,b)|^2 = | \left(|a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi^* \left(-\frac{t-b}{a}\right) dt \right) |^2$$

به بیان ساده Scalogram اندازه ی ضرایب ویولت را در مقیاس های گوناگون بر روی محور زمان ، ترسیم میکند.

توجه داشته باشید که محور Z اغلب با رنگ و یا درجات روشنایی نشان داده میشود.

Scalogram زیر نشان دهنده ی یک سیگنال EEG،حاوی صرع کانونی است که با ویولت مادر Haar بررسی شده است:



میدانیم که نحوه انجام محاسبات در کامپیوتر به صورت گسسته است،لذا ضرایب تبدیل ویولت پیوسته نیز به صورت گسسته در کامپیوتر محاسبه میشود.یعنی تبدیل ویولت پیوسته مشاهده شده در محاسبات کامپیوتری، درواقع یک نسخه نمونه برداری شده از تبدیل ویولت پیوسته است. بدیهی است که اطلاعات بدست آمده از تبدیل ویولت پیوسته در بیشتر نقاط ،تکراری میشود؛ تکرار اطلاعات به معنی بالا رفتن حجم محاسبات در مرحله برگشت سیگنال از فضای ویولت به فضای زمانی می باشد.

کاهش حجم اطلاعات، بالا رفتن سرعت محاسبات را در پی دارد ،به همین منظور باید از ضرایب تبدیل ویولت پیوسته به صورت هدفمند نمونه برداری کنیم. لازم به ذکر است که این نمونه برداری نباید قانون نایکوئیست را نقض کند، در صورت نقض شدن قانون نایکوئیست، الایزینگ رخ داده و دیگر قادر نخواهیم بود که از فضای ویولت به فضای زمانی برگردیم.در قانون نایکوئیست "فرکانس نمونه برداری باید بیشتر از 2 برابر ،بالاترین فرکانس موجود در پهنای باند سیگنال باشد".

$$f_{Sampling} > 2f_{\text{The Highest Frequency Component Of The Signal}}$$

در قسمت آنالیز چند رزولوشن(MRA)،گفتیم که در محدوده فرکانس های کمتر (مقیاس های بالاتر) به دنبال رزولیشن فرکانسی بهتر؛ و درمحدوده فرکانس های بیشتر (مقیاس های پایین تر) به دنبال رزولیشن زمانی بهتر هستیم؛با توجه به این قانون دیگر لازم نیست که در فرکانس های پایین تعداد نمونه های زیادی را مورد بررسی قرار دهیم،همچنین در فرکانس های بالا نیاز به نمونه های بیشتری نسبت به فرکانس پایین سیگنال داریم.

اینکه در هر محدوده از باند های فرکانسی (sub-band) تعداد مورد نیازی نمونه داشته باشیم را با استفاده از نمونه برداری چند نرخی میتوان انجام داد؛بدین صورت که فرکانس های بالای سیگنال (مقیاس های پایین) را با نرخ بالاتری نسبت به فرکانس های پایین سیگنال (مقیاس های بالا) نمونه برداری کنیم؛این نمونه برداری با هر نرخی میتواند صورت بگیرد،در صورتی که قانون نایکوئیست را نقض نکند.

درجه تفکیک پذیری سیگنال ،که ابزاری برای میزان جزئیات فرکانسی موجود در هر sub-band است را با دستور فیلترینگ تعریف میکنیم؛همچنین مقیاس را با دستور upsampling و downsampling تغییر میدهیم؛میتوان upsampling و downsampling را با هر نرخ دلخواهی در نظر بگیریم،اما از آنجایی که ضرایب تبدیل ویولت گسسته معمولا روی یک شبکه دوتایی از تبدیل ویولت پیوسته قرار میگیرند،پس بهتر است که نرخ نمونه برداری را که نشانگر

مقیاس میباشد را 2 در نظر بگیریم. یعنی مقیاس و مکان ویولت تنها در محل هایی با توان های صحیحی از ۲ محاسبه شوند:

$$a = 2^j \quad j\epsilon Z$$

$$b = ka \quad k\epsilon Z$$

بدین ترتیب ضرایب ویولت گسسته به صورت زیر تعریف میشود:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2}\,\psi\left(2^{-j}t - k\right)$$

با توجه به رابطه بالا و تبدیل ویولت پیوسته ،تبدیل ویولت گسسته موجک سری زمانی f(n) مطابق زیر نوشته میشود:

$$C(j,k) = \sum_{k\epsilon Z} f(n)\ \psi_{j,k}\ (n)$$

درنهایت بازسازی سیگنال با استفاده ازرابطه ی زیر محاسبه میشود:

$$f(n) = \sum_{j\in Z}\ \sum_{k\epsilon Z} C(j,k)\ \psi_{j,k}\ (t)$$

تبدیل ویولت پیوسته سیگنال با تغییر مقیاس تابع مادر ، شیفت زمانی ، ضرب آن در سیگنال و انتگرال گیری در تمام زمان ها محاسبه میشد؛در تبدیل ویولت گسسته از فیلترهایی با فرکانس های قطع متفاوت براي تجزيه سيگنال در مقياس های متفاوت استفاده ميشود. سيگنال از يک سري فيلترهاي بالاگذر، براي تجزيه فرکانسهاي بالا و از يک سري فيلترهاي پايين گذر، براي تجزيه فرکانس های پایین عبور داده میشود؛در مقالات و کتاب های مرجع به فیلتر بالا گذر و پایین گذر در تبدیل ویولت گسسته به ترتیب wavelet function و scaling function گفته میشود.

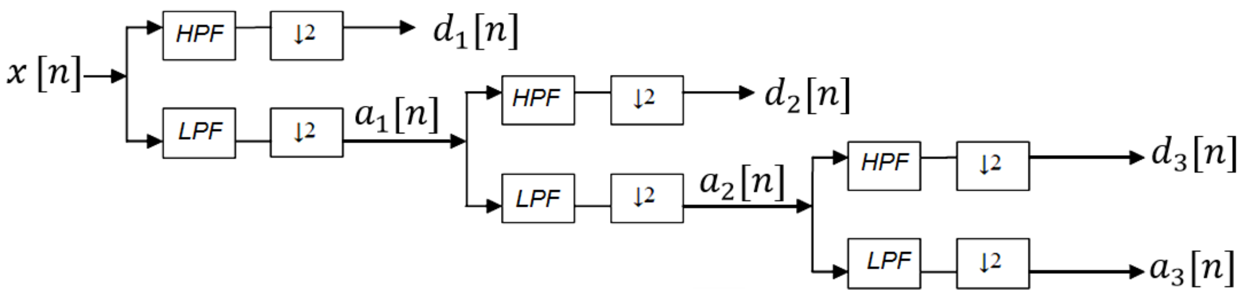
سیگنال حاصل از فیلتر بالا گذر را جزئیات یا Detail و سیگنال حاصل از فیلتر پایین گذر را تقریب یا Approximation میگویند.

شکل تجزیه سیگنال در تبدیل ویولت گسسته به این ترتیب است که سیگنال را از فیلتر بالا گذر و و پایین گذرر عبور میدهیم ،خروجی فیلتربالا گذر به عنوان Detail 1 و خروجی فیلتر پایین گذر را نیز با نام Approximation 1 ذخیره

میکنیم؛در مرحله ی بعدی تجزیه سیگنال، Approximation 1 را دوباره طی عملیاتی مشابه از دو فیلتر بالاگذر و پایین گذر عبور میدهیم و خروجی ها های هر یک را به طور مشابه Detail 2 و Approximation 2 نامگذاری میکنیم؛

به صورت زیر:

a → Approximation   d → Detail

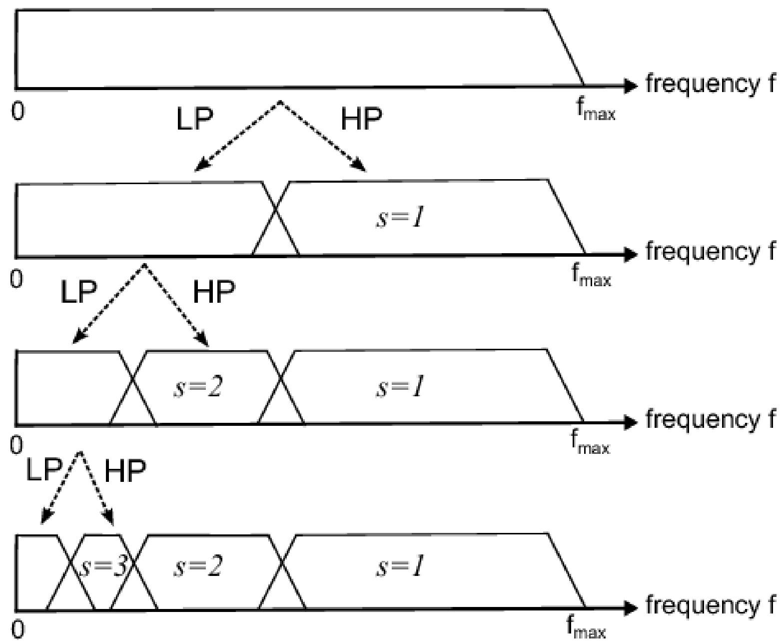


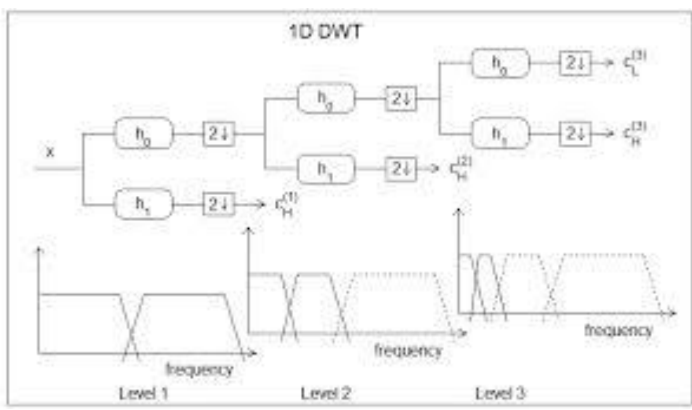
$$x[n] = a_3[n] + d_3[n] + d_2[n] + d_1[n]$$

همانگونه که قابل مشاهده است،پهنای باند سیگنال در هر مرحله از تجزیه نصف میشود و از آنجایی که این نصف شدن بر روی، سیگنال حاصل از فیلترپایین گذر اعمال میشود، پس در هر مرحله از تجزیه ، پهنای باند کوتاهتری را در محدوده ی فرکانس های پایین تر ، نسبت به مرحله ی قبل خواهیم داشت.

پس در هر مرحله از تجزیه ،نرخ نواسانات سیگنال نسبت به مرحله ی قبلی کاهش پیدا میکند؛بدین صورت میتوان تجزیه را تا سطحی ادامه داد که دیگر تغییرات زیادی نسبت به مرحله ی قبلی مشاهده نشود.

شکل زیر نصف شدن پهنای باند فرکانسی سیگنال را در هر مرحله نشان میدهد:

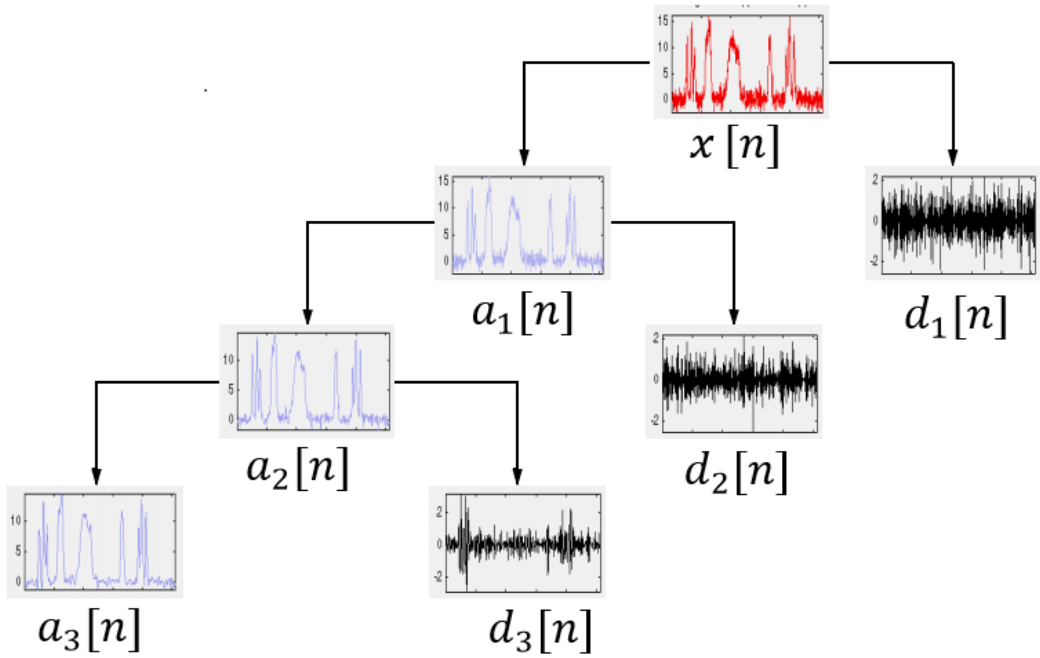




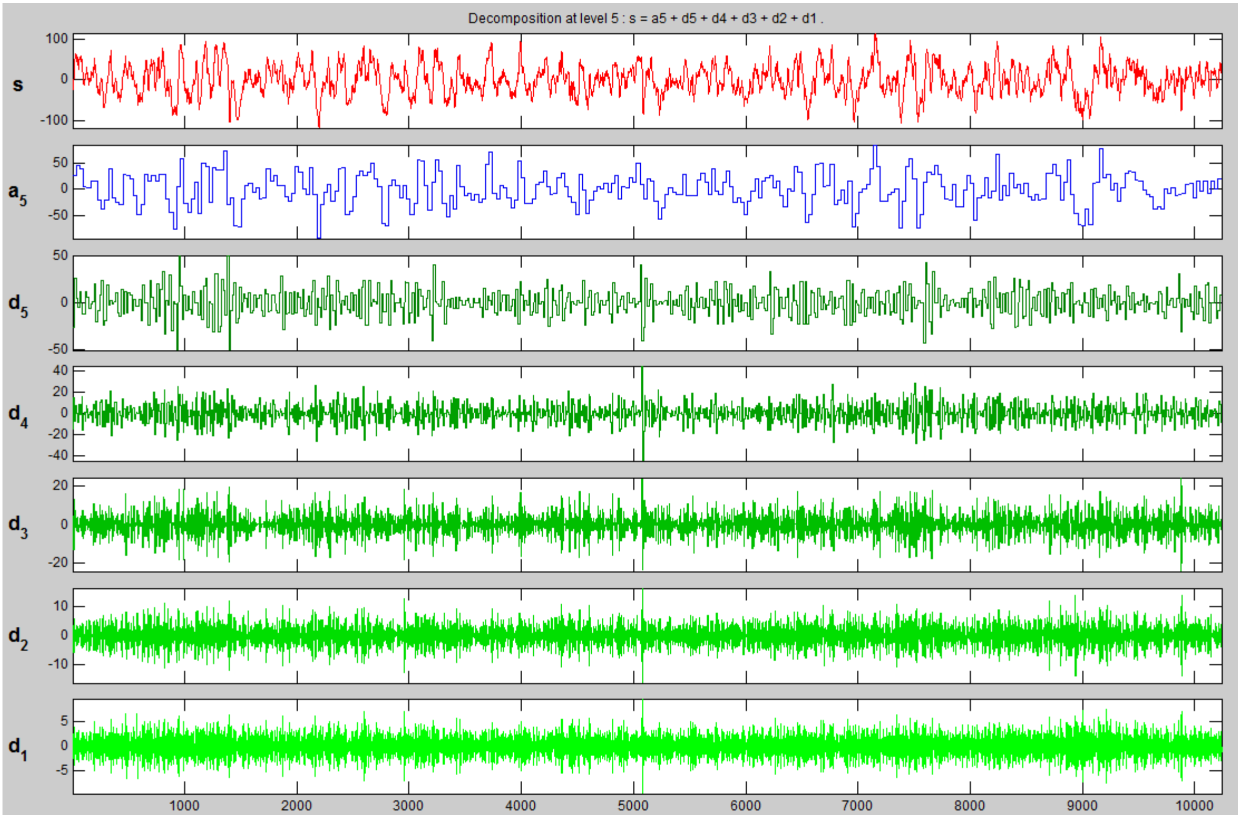
در ابتدای بحث گفتیم که برای کمتر شدن حجم اطلاعات باید در محدوده فرکانس های پایین سیگنال نمونه های کمتری را نسبت به محدوده های فرکانس بالای سیگنال داشته باشیم؛به همین منظور در هر مرحله از تجزیه با رفتن به سمت محدوده های فرکانس پایین تر، یک Downsampling بر روی داده ها اعمال میکنیم تا از افزونگی اطلاعات جلو گیری کند ،از آنجایی که ضرایب مقیاس و مکان ویولت فقط در محل هایی با توان های صحیحی از ۲ محاسبه شده اند،پس ضرایب را نیز باید در هر مرحله با نرخ 2 کاهش دهیم . علامت 2↓ در شکل بالا ،اشاره به Downsampling کردن داده ها در هر مرحله با نرخ 2 دارد.

بدیهی است که اعمال Downsampling بر روی داده ها در هر مرحله باعث نصف شدن تعداد نمونه های سیگنال در هر مرحله نسبت به مرحله ی قبل میشود؛بدین صورت سطوح تجزیه محدود شده و در آخرین سطح تنها یک نمونه خواهد داشت.

شکل زیر تبدیل ویولت گسسته یک سیگنال را با استفاده از فیلتر های بالا گذر و پایین گذر و نشان میدهد:



در شکل زیر، سیگنال EEG حاوی صرعی را که در CWT تجزیه کرده بودیم را دوباره با استفاده از DWT و ویولت مادر Haar تجزیه میکنیم:



References

1. Akbari, H., M.T. Sadiq, and A.U. Rehman, Classification of normal and depressed EEG signals based on centered correntropy of rhythms in empirical wavelet transform domain. Health Information Science and Systems, 2021. 9(1): p. 1-15.

2. Akbari, H. and M.T. Sadiq, Classification of Seizure and Seizure Free EEG Signals Based on second-order difference plot of DWT coefficients. 2020.

3. Akbari, H., Classification of Seizure and Seizure Free EEG Signals using Geometrical features derived from Poincaré plot, and binary particle swarm optimization.

4. Akbari, H., S.S. Esmaili, and S.F. Zadeh, Classification of seizure and seizure-free EEG signals based on empirical wavelet transform and phase space reconstruction. arXiv preprint arXiv:1903.09728, 2019.

5. Ghofrani, S. and H. Akbari. Comparing nonlinear features extracted in EEMD for discriminating focal and non-focal EEG signals. in Tenth International Conference on Signal Processing Systems. 2019. International Society for Optics and Photonics.

6. Akbari, H. and M.T. Sadiq, Detection of focal and non-focal EEG signals using non-linear features derived from empirical wavelet transform rhythms. Physical and Engineering Sciences in Medicine: p. 1-15.

7. Akbari, H., S. Saraf Esmaili, and S. Farzollah Zadeh, Detection of Seizure EEG Signals Based on Reconstructed Phase Space of Rhythms in EWT Domain and Genetic Algorithm. Signal Processing and Renewable Energy, 2020. 4(2): p. 23-36.

8. Akbari, H. and S. Ghofrani, Fast and accurate classification f and nf EEG by using sodp and EWT. International Journal of Image, Graphics and Signal Processing (IJIGSP), 2019. 11(11): p. 29-35.

9. Hussain, W., et al., Epileptic seizure detection using 1 D-convolutional long short-term memory neural networks. Applied Acoustics, 2021. 177: p. 107941.

10. Sadiq, M.T., X. Yu, and Z. Yuan, Exploiting dimensionality reduction and neural network techniques for the development of expert brain–computer interfaces. Expert Systems with Applications. 164: p. 114031.

11. Sadiq, M.T., et al., Identification of Motor and Mental Imagery EEG in Two and Multiclass Subject-Dependent Tasks Using Successive Decomposition Index. Sensors, 2020. 20(18): p. 5283.

12. Sadiq, M.T., et al., A Matrix Determinant Feature Extraction Approach for Decoding Motor and Mental Imagery EEG in Subject Specific Tasks. IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems, 2020.

13. Sadiq, M.T., et al., Motor imagery BCI classification based on novel two-dimensional modelling in empirical wavelet transform. Electronics Letters, 2020.

14. Sadiq, M.T., et al., Motor imagery EEG signals classification based on mode amplitude and frequency components using empirical wavelet transform. IEEE Access, 2019. 7: p. 127678-127692.

15. Sadiq, M.T., et al., Motor Imagery EEG Signals Decoding by Multivariate Empirical Wavelet Transform-Based Framework for Robust Brain–Computer Interfaces. IEEE Access, 2019. 7: p. 171431-171451.

16. Arianpour, Y., S. Ghofrani, and H. Amindavar. Locally nonlinear regression based on kernel for pose-invariant face recognition. in 2012 11th International Conference on Information Science, Signal Processing and their Applications (ISSPA). 2012. IEEE.

17. Sharma, M. and U.R. Acharya, Automated detection of schizophrenia using optimal wavelet-based l1 norm features extracted from single-channel EEG. Cognitive Neurodynamics, 2021: p. 1-14.

18. Sharma, M., et al., An automated diagnosis of depression using three-channel bandwidth-duration localized wavelet filter bank with EEG signals. Cognitive Systems Research, 2018. 52: p. 508-520.

19. Sharma, M., et al., An automatic detection of focal EEG signals using new class of time–frequency localized orthogonal wavelet filter banks. Knowledge-Based Systems, 2017. 118: p. 217-227.

20. Sharma, M., et al., Dual-tree complex wavelet transform-based features for automated alcoholism identification. International Journal of Fuzzy Systems, 2018. 20(4): p. 1297-1308.

21. Sharma, M., R.B. Pachori, and U.R. Acharya, A new approach to characterize epileptic seizures using analytic time-frequency flexible wavelet transform and fractal dimension. Pattern Recognition Letters, 2017. 94: p. 172-179.

22. Sharma, M. and R.B. Pachori, A novel approach to detect epileptic seizures using a combination of tunable-Q wavelet transform and fractal dimension. Journal of Mechanics in Medicine and Biology, 2017. 17(07): p. 1740003.

23. Sharma, M., D. Deb, and U.R. Acharya, A novel three-band orthogonal wavelet filter bank method for an automated identification of alcoholic EEG signals. Applied Intelligence, 2018. 48(5): p. 1368-1378.